	<p style="text-align: center;">炭素循環余話：空気がなくなる日</p> <p style="text-align: center;">SCE・Net 西村二郎</p>	<p style="text-align: center;">R-62</p> <p style="text-align: center;">発行日 2019.7.2</p>
---	---	---

1. まえがき

46億年前、地球型惑星が誕生した。その頃はどの惑星にも大気があった。成分の違いは別にして、現在、金星には90気圧、地球には1気圧、火星には0.0075気圧ある。水星と月は高真空状態となっている。このような違いが何故生じたか、将来、地球の大気はどうなるかについて考えてみた。なお、このレポートは地球温暖化関連で炭素循環を調べていたときのサイドワークである。

2. 高空の温度、圧力分布

理科年表による気温の高度依存性を図1に示す。高度110km程度までの温度は、ほぼ230K、さらに300km程度の高さから1000Kと一定になっている。これを受けて温度を一定としたときの静水圧の理論式から計算された気圧分布と理科年表の気圧分布を図2に示す。対数尺度ながら、高度<110km迄ではT=230K(平均値)とした静水圧モデルとよく一致しているといえる。しかし、T=1000Kとした高度>300kmでは乖離してくる。電離圏には大気粒子を滞留させるメカニズムがあるようだ。超高空に吹いている太陽風の影響もあるだろう。

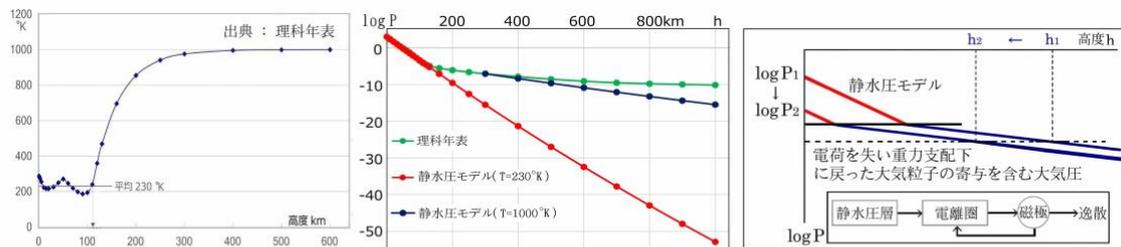


図1 気温の高度依存性 図2 大気圧の高度依存性 図3 大気圧構成モデル

地軸をz軸とし、地球の中心を原点とする極座標 (r, θ, ϕ) を考え、微小セル $(r, r + \Delta r)$ の力の釣合いを考えれば、静水圧モデルの大気圧分布が得られ、さらに理想気体の状態方程式を使って密度分布が得られる。

$$P = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 P_0 \exp \frac{-v_\infty^2}{2\sigma_0^2} \frac{h}{r} \cdots (2.1). \quad \text{ただし、} v_\infty = v_\infty(r_0) = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}; \sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}; h = r - r_0;$$

$P_0 = P(r_0); \rho_0 = \rho(r_0); \sigma_0 = \sigma(T = 230)$ とおいた。次に、理想気体の方程式より、

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{kT}{m} \rho = \sigma^2 \rho \cdots (2.2). \quad \text{ここで、} n: \text{モル数}; R: \text{気体定数}; T: \text{気温}; V: \text{体積};$$

ρ, m : 大気粒子の密度、1個当りの質量; k : Boltzmann定数、 r_0 : 地球の半径。

(2.2)式により換算すれば(2.1)式の P を ρ で置換えた式も成り立つ。ただし、大

気圧の単位を hPa とすれば、 $\rho = 1000P/\sigma^2 \text{ gr/cm}^3 \cdots(2.3)$ 、を用いる。

(2.1)式の大気圧分布の適用範囲を $h \leq 110km$ に限定すれば、 $r \doteq r_0$ と見做して

$P = P_0 \exp(-\alpha_0 h) \cdots(2.4)$ 、 $P_0 = 1013hPa$; $\alpha = 0.149/km$ $h > 300km$ では、理科年表の値に基づけば $P_* = P_1 \exp(-\alpha_1 h) \cdots(2.5)$ 。ただし $P_1 = 1.945hPa$; $\alpha_1 = 0.0180/km$ 。

静水圧モデルによれば、 $P^* = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 P_1^* \exp\left\{\frac{-v_\infty^2 (h-300)r_0}{2\sigma_1^2 r^2}\right\} \doteq P_2 \exp(-\alpha_2 h) \cdots(2.6)$ 、

ただし、 $r_1 = 6670km$; $P_1^* = 8.770 \times 10^{-8} hPa$; $P_2 = 7.362 \times 10^{-4}$; $\alpha_2 = 3.012 \times 10^{-2} / km$ 。

図 2 を模式的に描けば図 3 が得られる。(2.1)式から明らかなように、大気が逸散したときの影響は、 $h \ll r_0$ であることから P_0, ρ_0 の低下となり、近似的に図 3 のように平行移動する。平行移動は $h > 110km$ の場合の圧力にも受け継がれる。したがって 2 点間の気圧差に対応する高度差も推算可能となる。

地球の大気の総量 (Q) は、 $Q = \text{地表の大気圧} \times \text{地球の表面積} \doteq 5.27 \times 10^{15} ton$ 、となる。静水圧モデルにおいて、次式の積分後の式において、 \exp (省略) $\doteq 0$ としても、同程度の値が得られる。

$$Q = 4\pi \int_{r_0}^{r_1} r^2 \rho(r) dr = 4\pi r_0^3 \rho_0 \frac{2\sigma_0^2}{v_\infty^2} \left(1 - \exp\left\{-\frac{v_\infty^2}{2\sigma_0^2} \frac{r_1 - r_0}{r_0}\right\}\right) \doteq 8\pi r_0^3 \rho_0 \frac{\sigma_0^2}{v_\infty^2} \cdots(2.7).$$

ここで、地球創世紀の大気組成は金星と同様であったと仮定する。やがて雨が降るようになり海洋が形成されると CO_2 は溶解した。誕生した海洋のシアノバクテリア等の働きにより O_2 が発生した。生物の活動は O_2 や CO_2 バランスに大きな影響がある。空気の成分が O_2 を含めて現在のようなになったのは 6 億年前頃といわれている。変らないのは N_2 である。温度補正・重力補正を行うと、創世紀の地球には現在の 1.79 倍の量の N_2 が存在していたことになる。そこで、仮想的に創世紀に 1.79 気圧あった地球の大気 (仮想的に現在の組成の空気とする) が時の経過とともに逸散し 46 億年後の現在、1 気圧になったとして、今後の逸散量を推算することにする。まず、創世紀の地球に存在したと考える仮想の空気の量は、

$$Q_0 = 5.27 \times 10^{15} \times 1.79 = 9.41 \times 10^{15} ton \cdots(2.8)、である。$$

3. 大気粒子の運動

先に述べた極座標において、大気粒子の速度を $v(v_r, v_\theta, v_\phi)$ とすれば、位置のエネルギーを考慮に入れた Maxwell-Boltzmann の速度分布則は次のとおりである。

$$f_r(v_r) = \exp\left(\frac{-v_\infty^2}{2\sigma^2} \frac{h}{r}\right) f_0(v_r) \quad ; f_0(v_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-v_r^2}{2\sigma^2}\right) \cdots (3.1),$$

$$f_\theta(v_\theta) = f_0(v_\theta) \cdots (3.2) \quad ; \quad f_\phi(v_\phi) = f_0(v_\phi) \cdots (3.3).$$

地球の大気は N₂、O₂、Ar、CO₂ 等で構成されているが、簡単のため、構成粒子は単一粒子とみなす。地表面において引力圏脱出速度以上の速度を持っている大気粒子が存在する。それらは衝突によって速度が変わる。しかし、衝突後も速度分布則は成立っている。ここでは、高空のどこまでも速度分布則が成立つとして逸散量を求める。逸散の律速は気温の低いところにあるので、地表部で逸散量を求めればよい。なお、大気圧分布は全域、(2.1)式が成立つものとした。

$$q_\infty(r) \rightarrow q_\infty(r_0) = 4\pi r_0^2 \rho_0 \exp\left\{\frac{-v_\infty^2}{2\sigma_0^2} \left(1 + \frac{2h}{r}\right)\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_{v_\infty}^{\infty} v_r \exp\left(\frac{-v_r^2}{2\sigma^2}\right) dv_r = \sqrt{8\pi} r_0^2 \sigma_0 \rho_0 \exp\left(\frac{-v_\infty^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

⋯(3.4)となる。 $q_\infty(r_0) \equiv q_\infty = \Delta Q / \Delta t$ だから、

$$\tau = \frac{Q}{q_\infty(r_0)} = \sqrt{2\pi} \frac{r_0}{\sigma_0} \frac{2\sigma_0^2}{v_\infty^2} \exp\left(\frac{v_\infty^2}{2\sigma_0^2}\right) \cdots (3.5)、とおけば、$$

$$\tau \frac{dQ}{dt} + Q = 0 \Rightarrow Q = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdots (3.6)、となる。$$

したがって、 $\tau_{50} = \tau \ln 2 = 0.693\tau \cdots (3.7)$ 、は速度分布則による大気逸散の半減時間である。地球型惑星と月に関する緒元と、大気が全て CO₂、N₂ (地球の場合は≒空気)、H₂ とした場合の半減時間の計算例は表 1 のとおりである。

表 1 Maxwell-Boltzmann の速度分布則による大気の逸散

	水星	金星	地球	火星	月
半径(km)	2,440	6,052	6,370	3,397	1,736
質量(ton)	3.30×10^{20}	4.87×10^{21}	5.97×10^{21}	6.42×10^{20}	7.35×10^{19}
地表温度(K)	440	737	288	210	250
大気主成分	O ₂ , Na, H ₂ , He	CO ₂ , N ₂	N ₂ , O ₂ , Ar	CO ₂ , N ₂ , Ar	Ar, He
平均分子量	20.79	43.44	28.96	42.76	30.11
大気圧(atm)	10 ⁻¹²	90	1	0.0075	10 ⁻¹⁷
地磁気	あった	なし	あり	あった	あった
τ_{50} (CO ₂)	5.9×10^{32} BY	5.2×10^{152} BY	1.3×10^{610} BY	2.6×10^{123} BY	6.5×10^{11} BY
τ_{50} (N ₂ /Air)	5.4×10^{15} BY	9.1×10^{91} BY	3.8×10^{396} BY	2.2×10^{73} BY	300 BY
τ_{50} (H ₂)	25 hr	440 Y	1.4×10^{14} BY	26 Y	4.6 hr

註) ①背景色が灰色の欄は電離しないと仮想した。②BY : Billion Year

大気粒子は一般に高空で電離する。Maxwell-Boltzmann の速度分布則は荷電粒子の存在により乱される。表 1 は、電離しないといわれている CO₂ の逸散量を調べることに、H₂ の逸散量の Order Estimation が主目的である。推算結果によれば逸散速度は、惑星の大きさ(図 6 参照)、大気粒子の質量、地表温度(現在の値で代用)に大きく依存している。CO₂ は火星はもちろん水星や月においても今でもかなりの量が存在していなければならない。しかし、現実とは違う。大気逸散の原因は速度分布則だけでは説明が付かない。原因は別にもあると考えざるを得ない。それが地磁気が荷電粒子に作用するローレンツ力である。また、CO₂ は電離しないという「通念」を吟味する必要もある。

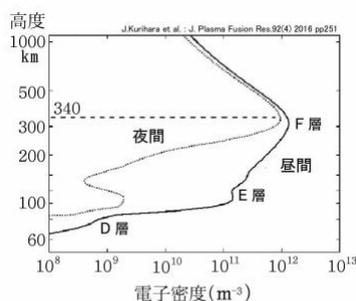


図 4 電離圏

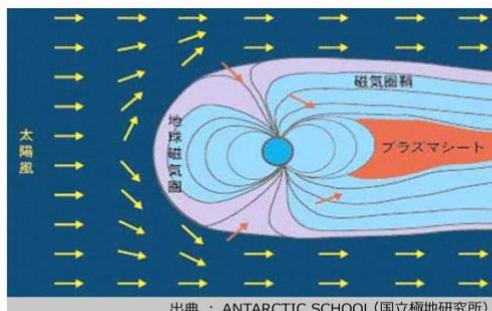


図 5 地磁気と太陽風



図 6 地球型惑星

大気粒子は電離圏の高さで電離するようになる(図 4 参照)。電離しても F 層より低い電離圏では夜間に電荷を失う確率がある。高度 340km 以上では荷電粒子の昼夜間差がほぼ消滅している。電離した大気粒子は地磁気との相互作用により磁力線に沿って螺旋を描きながら直前の磁極方向(θ 方向)の速度成分を持って進行方向の磁極に向かう(一様磁界にフレミングの左手の法則を適用すれば理解の一助となる)。磁極に到達した荷電粒子のある部分は夜側に尾を曳いている磁力線にそって移動し逸散する(図 5 参照)。

ところで、岩坂康信等によれば、 $\text{CO}_2 + h\nu \rightarrow \text{CO} + \text{O}$ なる分解反応が起きても、 $\text{CO} + \text{OH} \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}$; $\text{CO} + \text{HO}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{OH}$ なる逆反応が起きる。つまり電離圏に水素と酸素が存在する限り、CO₂ は分解もしないことになる。ところが、小さな星では、早い時期に水素は逸散してしまった。水素がなければ、CO₂ は分解し、電離をし、ローレンツ力により最終的には逸散してしまう。

大気粒子は電荷を失った瞬間、重力支配下における運動となり接線方向への慣性運動となる。すなわち、磁極方向への速度成分はそのままとして、磁力線に垂直な平面に関して四散する。最も電荷を失う確率が高いのは粒子密度が大きくなる磁極に到達したときと考えられる(図 5 参照)。電離圏にこのような大気粒子が滞留していることと、超高空(磁極付近を除く)に太陽風が吹いているために静水圧モデルから乖離するのだろう。もちろん、これらの大気粒子も再び電離する確率がある。したがって、ローレンツ力によって磁極に移動する大気量は常に電離圏に到達する量よりも大きい。創世紀に近い頃、電離圏に到達する大気量 > 逸散量であり、電離圏に滞留する粒子の量は増えていったと考えられる。46 億

年経った現在では、到達量≒逸散量、となっているものと思われる。

金星には地磁気がないのでローレンツ力は働かない。したがって金星の現在の
大気は H₂を除いて創世紀のものと同様状態に保たれていると考えられる。

4. ローレンツ力による逸散

高度 h 以上に到達し得る大気粒子の量は形式的には次式で与えられる：

$$q_h = 4\pi r^2 \rho(r) \int_0^\infty v_r f(v_r) dv_r = \sqrt{8\pi} r^2 \rho(r) \sigma \exp\left(\frac{-v_\infty^2}{2\sigma^2} \frac{h}{r}\right) \cdots (4.1).$$

は気温の変化がある。 $h < 110\text{km}$ において、気温 ≒ 230K なので、ここでは、地表
において、高度 h に到達し得る速度を持っている大気粒子の量で計算してみよう：

$$q_h(r_0) = 4\pi r_0^2 \rho_0 \int_{v_h}^\infty f(v_r) dv_r = \sqrt{8\pi} r_0^2 \rho_0 \sigma_0 \exp\left(\frac{-v_\infty^2}{2\sigma_0^2} \frac{h}{r_0 + h}\right) \cdots (4.2),$$

$$v_h = v_\infty \sqrt{h/(r_0 + h)} \quad (v_h : \text{地表から高度 } h \text{ まで到達し得る初速}) \cdots (4.3),$$

参考のため、 $h > 300\text{km}$ ($T \approx 1000\text{K}$) において、理科年表に基づく場合と静水圧モ
デルによる場合の式紹介しておく：

$$q_h = \sqrt{8\pi} r_0^2 \sigma_1 \rho_1 \exp\left(\frac{-v_\infty^2}{2\sigma_1^2} \frac{hr_0}{r^2} - \alpha h\right) \cdot (4.4),$$

$$q_h = \sqrt{8\pi} r_1^2 \sigma_1 \rho_1 \exp\left\{\frac{-v_\infty^2}{2\sigma_1^2} \frac{(h-300)r_0}{r} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\right\} \cdot (4.5).$$

電離する高さには範囲があるが、簡単のため、電離すべき大気粒子は一定の高
さで 100% 電離するものとし、その高さを「電離高さ」と名付ける

ところで、水星の大気の残留成分には O₂ と H₂ はあるが CO₂ はない。これは、
上述の説明と、一見、矛盾している。しかし、残留成分とはいえ、超高真空の成
分である。大気が失われた後のマグマ由来のガスなのかもしれない。Na もある。

火星の残留大気成分は金星に近い。火星には水が少なく海洋は形成されなかつ
たらしい。水成岩の存在も確認されていない。シアノバクテリアの活動も小さく
酸素は殆ど形成されなかったのではなからうか。火星には地球型人類はいなかつ
たようだ。火星による文化遺産もないと思うとちょっと淋しい。

5. 空気がなくなる日

創世紀の地表の大気圧 1.79atm は 46 億年かけて 1atm となり、大気の総量は
9.41 × 10¹⁵ ton から 5.27 × 10¹⁵ ton となった。このペースで、空気がなくなる迄
の時間を推算すると、夫々、図 9 のように理科年表の値を用いた場合は約 4 億年、
地表の速度分布に拠った場合と静水圧モデルでは約 10 億年となった。なお、「電
離高さ」は、46 億年前、287km(地表基準・静水圧モデル)、382km (理科年表)、
現在はそれぞれ 267km、350km、と推算された。意図した数値ではない。

逸散量は、理科年表準拠＞地表基準=静水圧モデル($T=1000K$)、となっている。地表基準と高空の静水圧モデルは驚くほど一致している。理科年表準拠の場合が特異な理由は、高空に滞留している大気があるからだだろう。しかし、逸散する大気粒子の源は地表にあるということから、ここでは、空気がなくなる日の予測値としては地表基準の値（10億年後）を採用することにする。

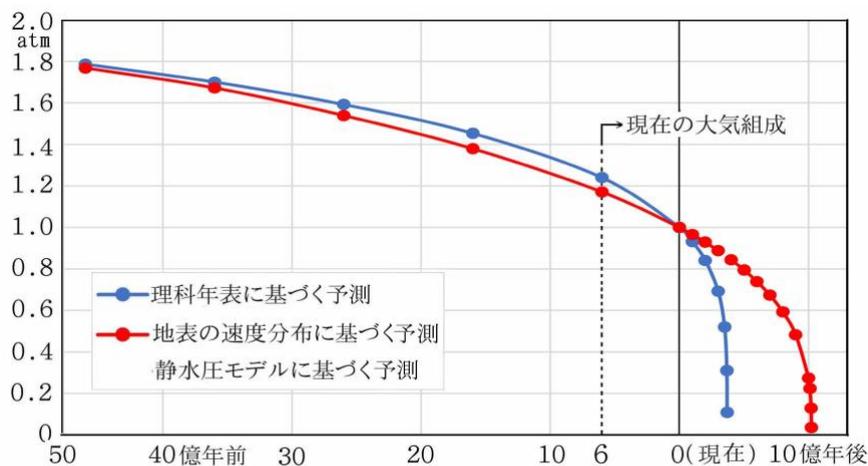


図7 空気がなくなる日までの地表における大気圧分布の推移

大気の総量が44%減るまでに46億年、残りの56%がなくなるまでに4億年もしくは10億年となっている。これは、逸散が、電離圏の高さの低下に伴って加速されるためである。なお、逐次近似計算は過去分については1000万年刻み、将来分については100万年刻み、終盤は10万年刻みで行った。

6. あとがき

このテーマはあまり検討されていないようである。ネット検索では「太陽風が吹き飛ばす」といった金星の現状と矛盾する不合理な表現が見受けられる。

逸散するまでの時間に関して、二つのケースで差が生じた。理科年表の場合は、実際の測定値に準拠していると考えられる。しかし、図2で明らかのように、大気圧の減少は高度とともに鈍っている。超高空（磁極付近を除く）に吹いている太陽風の影響と、高空に滞留すると考えられる電荷を失った大気粒子の挙動をモデルにどのように取り込むか、創世紀の地球の大気に関する仮定、電離圏への到達量≒逸散量の仮定等とともに今後の課題である。

CO₂とO₂のバランスには生物活動が関わっている。ここでは、生物活動による出入りは定常状態に達していると仮定した。CO₂の蓄積は地球温暖化関連で研究されているが、創世紀からのマテバラを考えてみることも参考になるだろう。また、O₂バランスについての生物学的（光化学的）検討も必要であろう。

参考文献

- 1) 栗原純一等: 観測ロケットによる電離圏スプラディック E 層の空間構造の解明
J. Plasma Fusion Res. 192(4) 2016 pp.251-258
- 2) 岩坂康信 et al.: 中間圏及び下部熱圏の炭酸ガス分布” 天気 20(8) 1973 pp.47-5
(2019年7月2日)